

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Test 9

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați suma primilor patru termeni ai unei progresii aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , în care  $a_1 = 2$  și  $a_4 = 11$ .
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 2x - 4$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt[3]{x+2} - 2 = 0$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie format doar din cifre pare.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-1,5)$  și  $B(3,1)$ . Determinați coordonatele simetricului punctului  $A$  față de punctul  $B$ .
- 5p 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $AB = 8$ ,  $AC = 6$  și  $BC = 10$ . Calculați  $\cos B$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  și  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det(A + I_3) = 4$ .
- 5p b) Demonstrați că  $A \cdot A \cdot A + A = 2A \cdot A$ .
- 5p c) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui  $x$  pentru care matricea  $B(x) = A + xI_3$  este inversabilă.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = x + ay + 1$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $2020 * 0 = 2021$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $a$ , știind că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.
- 5p c) Pentru  $a = -1$ , determinați numărul real  $x$  pentru care  $4^x * 2^x = 1$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x-2}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$ ,  $x \in (2, +\infty)$ .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul  $x = 3$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Demonstrați că funcția  $f'$  este crescătoare pe  $(2, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_1^e \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{f(x)} dx = 1$ .
- 5p b) Calculați  $\int_1^2 f^2(x) dx$ .
- 5p c) Demonstrați că  $\int_0^{2020} f(x) dx \leq \int_0^a f(x) dx$ , pentru orice  $a \in [2020, +\infty)$ .